

CONCURSUL NAȚIONAL DE MATEMATICĂ APLICATĂ
"ADOLF HAIMOVICI"
ETAPA JUDEȚEANĂ - 10 martie 2012
Filiera teoretică, profil umanist

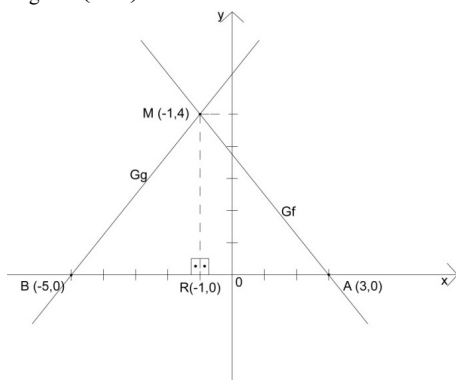
BAREM DE CORECTARE CLASA A IX-A

1. Se consideră funcțiile $f, g: \mathbb{R} \rightarrow \mathbb{R}$, $f(x) = ax + 3$ și $g(x) = x + b$.
- Să se determine a și $b \in \mathbb{R}$ astfel încât $M(-1, 4)$ să fie punct comun graficelor G_f și G_g .
 - Să se demonstreze că pentru a și b determinați mai sus $G_f \perp G_g$.
 - Să se determine aria suprafeței cuprinse între graficele funcțiilor f, g și axa Ox .

Soluție:

a) $M \in G_f \Rightarrow f(-1) = 4 \Rightarrow -a + 3 = 4 \Rightarrow a = -1$
 $M \in G_g \Rightarrow g(-1) = 4 \Rightarrow -1 + b = 4 \Rightarrow b = 5$ 1p

b) $G_f \cap (Ox) \Rightarrow -x + 3 = 0 \Rightarrow x = 3 \Rightarrow A(3, 0)$
 $G_g \cap (Ox) \Rightarrow x + 5 = 0 \Rightarrow x = -5 \Rightarrow B(-5, 0)$ 1p



Desen corect cu indicarea tuturor elementelor pe figură 2p

$\triangle ARM$:

$m(\angle R) = 90^\circ$, $AR = 4$ u.m., $MR = 4$ u.m. $\Rightarrow m(\angle RMA) = 45^\circ$

$\triangle MRB$:

$m(\angle R) = 90^\circ$, $MR = 4$ u.m., $RB = 4$ u.m. $\Rightarrow m(\angle RMB) = 45^\circ$

..... 1p

$\Rightarrow m(\angle AMB) = 90^\circ \Rightarrow G_f \perp G_g$ 1p

c) $\mathcal{A}_{\triangle AMB} = \frac{AB \cdot MR}{2} = \frac{4 \cdot 8}{2} = 16$ u.p. 1p

2. Un grădinar a plantat într-una dintre grădinile pe care le îngrijește parcele cu tufe de trandafir din soiuri distincte, astfel încât fiecare parcelă conține trandafiri dintr-un alt soi. Într-o zi are de realizat un aranjament floral din acești trandafiri. Analizează tufe și procedează în felul următor: din prima parcelă taie trei trandafiri, din cea de a doua taie de două ori mai mulți decât din prima ș.a.m.d., tăind dintr-o parcelă de două ori mai mulți trandafiri decât din parcela precedentă.
- Câte soiuri de trandafiri trebuie să folosească grădinarul pentru a realiza aranjamentul floral, astfel încât acesta să fie format din 6141 de trandafiri?
 - Care este numărul minim de trandafiri pe care trebuie să-l aibă parcela a IX-a pentru a putea fi folosită la realizarea aranjamentului floral?

Soluție:

a) Fie $(n + 1)$, numărul de parcele cu tufe de trandafiri ale grădinii, pentru realizarea aranjamentului floral 1p

Conform enunțului trebuie să avem:

$3 + 2 \cdot 3 + 2 \cdot (2 \cdot 3) + 2 \cdot (2 \cdot 2 \cdot 3) + \dots + \underbrace{2 \cdot 2 \cdot \dots \cdot 2}_{n \text{ ori}} \cdot 3 = 6141$ 1p

CONCURSUL NAȚIONAL DE MATEMATICĂ APLICATĂ
"ADOLF HAIMOVICI"
ETAPA JUDEȚEANĂ - 10 martie 2012
Filiera teoretică, profil umanist

Deducem: $3(1 + 2 + 2^2 + \dots + 2^n) = 6141$ 1p
 $1 + 2 + 2^2 + \dots + 2^n = 2047 \Rightarrow 2^{n+1} - 1 = 2047$ 1p
 $2^{n+1} = 2048 \Rightarrow 2^{n+1} = 2^{11} \Rightarrow n = 10$ 1p
 Așadar, grădinarul trebuie să folosească 11 soiuri de trandafiri pentru realizarea aranjamentului floral 1p
 b) Parcela a IX a trebuie să aibă cel puțin: $3 \cdot 2^8 = 3 \cdot 256 = 768$ 1p

3. Din mulțimea $\{-2; -1; 0; 1; 2\}$ se alege la întâmplare două elemente a și b , nu neapărat distincte. Care este probabilitatea ca ecuația $x^2 + 2ax + b = 0$ să admită rădăcini reale?

Soluție:

Pentru ca $x^2 + 2ax + b = 0$ să aibă rădăcini reale este necesar ca $\Delta \geq 0$ 1p
 $\Delta = (2a)^2 - 4b = 4a^2 - 4b; \Rightarrow 4a^2 - 4b \geq 0 \Rightarrow a^2 - b \geq 0 \Rightarrow a^2 \geq b$ 1p
 Sunt $5 \cdot 5 = 25$ cazuri posibile 2p
 Cazuri favorabile: $b = -2 \Rightarrow 5$ cazuri, $b = -1 \Rightarrow 5$ cazuri, $b = 0 \Rightarrow 5$ cazuri, $b = 1 \Rightarrow 4$ cazuri
 $b = 2 \Rightarrow 2$ cazuri. Sunt 21 de cazuri favorabile 2p
 Probabilitatea cerută este $P = \frac{21}{25}$ 1p

4. Fie ABCD un patrulater convex și punctele $M \in [AD]$, $N \in [BC]$ care împart segmentele $[AD]$ și $[BC]$ în același raport m . Să se determine vectorul \overrightarrow{MN} în funcție de vectorii \overrightarrow{AB} și \overrightarrow{DC} .

Soluție:

$\frac{AM}{MD} = \frac{BN}{NC} = m \Rightarrow \overrightarrow{AM} = m \cdot \overrightarrow{MD}$ și $\overrightarrow{BN} = m \cdot \overrightarrow{NC}$ 1p
 (1) $\overrightarrow{MN} = \overrightarrow{MD} + \overrightarrow{DC} + \overrightarrow{CN}$ 1p
 (2) $\overrightarrow{MN} = \overrightarrow{MA} + \overrightarrow{AB} + \overrightarrow{BN}$ 1p
 Înmulțim relația (1) cu m :
 $m \cdot \overrightarrow{MN} = m \cdot \overrightarrow{MD} + m \cdot \overrightarrow{DC} + m \cdot \overrightarrow{CN}$ 1p
 și o adunăm cu relația (2), obținem:
 $(m+1) \cdot \overrightarrow{MN} = m \cdot \overrightarrow{MD} + m \cdot \overrightarrow{DC} + m \cdot \overrightarrow{CN} + \overrightarrow{MA} + \overrightarrow{AB} + \overrightarrow{BN}$ 1p
 $(m+1) \cdot \overrightarrow{MN} = \overrightarrow{AM} + \overrightarrow{NB} + \overrightarrow{MA} + \overrightarrow{AB} + \overrightarrow{BN} + m \cdot \overrightarrow{DC} = \overrightarrow{AB} + m \cdot \overrightarrow{DC}$ 1p
 de unde $\overrightarrow{MN} = \frac{\overrightarrow{AB} + m \cdot \overrightarrow{DC}}{1+m}$ 1p

CONCURSUL NAȚIONAL DE MATEMATICĂ APLICATĂ
"ADOLF HAIMOVICI"
ETAPA JUDEȚEANĂ - 10 martie 2012
Filiera teoretică, profil umanist

BAREM DE CORECTARE CLASA A X-A

1. Se consideră mulțimea $A = \{k + \sqrt{n} \mid k \in \mathbb{Z}, n \in \mathbb{N}\}$.

a) Să se demonstreze că $\mathbb{Z} \subset A$.

b) Să se demonstreze că $\sqrt{2} - 1 \in A$ și $\sqrt{2} + \sqrt{3} \notin A$.

c) Să se demonstreze că $\sqrt{101} - 10 \in A \cap \left(0, \frac{1}{20}\right)$.

Soluție:

a) $(\forall) k \in \mathbb{Z} \Rightarrow k = k + \sqrt{0} \in A \Rightarrow \mathbb{Z} \subset A$ 1p

b) $-1 \in \mathbb{Z}, 2 \in \mathbb{N} \Rightarrow -1 + \sqrt{2} \in A$ 1p

Presupunem $\sqrt{2} + \sqrt{3} \in A \Rightarrow (\exists) k \in \mathbb{Z}$ și $n \in \mathbb{N}$ astfel încât

$\sqrt{2} + \sqrt{3} = k + \sqrt{n} \Rightarrow 5 + 2\sqrt{6} = k^2 + n + 2k\sqrt{n}$ 1p

$\Rightarrow \begin{cases} k = 1 \\ n = 6 \\ k^2 + n = 5 \end{cases}$ - fals 2p

c) $x = \sqrt{101} - 10 = \frac{1}{\sqrt{101} + 10}$ 1p

Evident $x > 0$ și $x < \frac{1}{10+10} = \frac{1}{20}$, 1p

2. a) Să se demonstreze că: $\log_2 5 \in (2; 3)$;

b) Să se rezolve ecuația $5^{\lg x} - 3^{\lg x-1} = 3^{\lg x+1} - 5^{\lg x-1}$

Soluție:

a) Avem: $2 = \log_2 4$ și $3 = \log_2 8$ 1p

Cum $4 < 5 < 8 \Rightarrow \log_2 4 < \log_2 5 < \log_2 8 \Rightarrow \log_2 5 \in (2, 3)$ 2p

b) Condiția de existență: $x > 0$ 1p

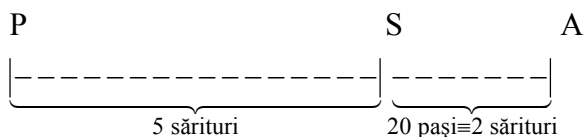
Ecuația este echivalentă cu $5^{\lg x} \cdot (1 + 5^{-1}) = 3^{\lg x} \cdot (3 + 3^{-1})$ 1p

$\frac{6}{5} \cdot 5^{\lg x} = \frac{10}{3} \cdot 3^{\lg x}$ 1p

$3 \cdot 5^{\lg x-1} = 5 \cdot 3^{\lg x-1} \Rightarrow 5^{\lg x-2} = 3^{\lg x-2} \Rightarrow \lg x = 2 \Rightarrow x = 100$ 1p

3. Un șoricel se află la 20 pași de adăpostul său. Pisica se află la 5 sărituri în spatele șoricelului și începe urmărirea simultan cu fuga șoricelului spre adăpost. Când pisica face o săritură, șoricelul face 3 pași. O săritură a pisicii este echivalentă cu 10 pași ai șoricelului. Poate pisica să prindă șoricelul până la intrarea în adăpost ?

Soluție:



CONCURSUL NAȚIONAL DE MATEMATICĂ APLICATĂ
"ADOLF HAIMOVICI"
ETAPA JUDEȚEANĂ - 10 martie 2012
Filiera teoretică, profil umanist

Pentru pisică sunt necesare 7 sărituri pentru a ajunge la adăpostul șoricelului 2p
După 6 sărituri ale pisicii, șoricelul face $6 \cdot 3 = 18$ pași 2p
Așadar șoricelului îi mai rămân 2 pași pentru a ajunge la adăpost și cu al treilea pas se va ascunde, prin urmare pisica nu poate prinde șoricelul. 3p

4. Un alfabet al extraterestrilor conține doar două litere: A și B. Acest alfabet are următoarea proprietate: Dacă se șterge subcuvântul AB dintr-un cuvânt, sau se introduce într-o oarecare poziție a cuvântului ales subcuvântul BA sau subcuvântul AABB, atunci se obține un cuvânt sinonim cu cel ales. (se acceptă și cuvinte formate dintr-o singură literă)
- a) Aplicând oricare dintre cele trei operații unui cuvânt ales, diferența dintre numărul de litere A și numărul de litere B se modifică ?
- b) Cuvintele ABA și BABA sunt sinonime ?

Soluție:

- a) Alegând un cuvânt oarecare din limba în care se folosește acest alfabet, dacă ștergem subcuvântul AB (1A și 1B) sau adăugăm într-o oarecare poziție a cuvântului ales subcuvântul BA (1A și 1B) sau subcuvântul AABB (2 de A și 2 de B), diferența dintre numărul de litere A și numărul de litere B din cuvânt nu se modifică 4p
- b) În cuvântul ABA, această diferență este 1, iar în cuvântul BABA, diferența este zero. Așadar cuvintele ABA și BABA nu sunt sinonime 3p

CONCURSUL NAȚIONAL DE MATEMATICĂ APLICATĂ
"ADOLF HAIMOVICI"
ETAPA JUDEȚEANĂ - 10 martie 2012
Filiera teoretică, profil umanist

BAREM DE CORECTARE CLASA A XI-A

1. La un concurs, în care punctajele se situează între 0 și 100, s-au obținut rezultatele: 75; 21; 46; 82; 33; 11; 3; 95; 87; 63; 49; 51; 17; 29; 38; 77; 83; 59; 68; 41; 33; 27; 14; 63; 48; 46; 76; 75; 19; 92; 81; 16; 28; 49; 54; 71; 83; 66; 94; 25.
- a) Grupați rezultatele concursului într-un tabel, în funcție de apartenența acestora la clasele statistice: $[0; 20]$, $(20; 50]$, $(50; 90]$, $(90; 100]$;
- b) Determinați mediana seriei statistice formată cu notele obținute în concurs;
- c) Dacă primii 25% dintre concurenți sunt premiați, determinați punctajul minim de obținere a unui premiu și media notelor obținute de concurenții premiați.

Soluție:

a)

Punctaj	Frecvența
$[0;20]$	6
$(20;50]$	14
$(50;90]$	17
$(90;100]$	3

..... 2p

b) Adăugăm frecvențele cumulate crescătoare

Punctaj	Frecvența	Frecv.cum.cresc.
$[0;20]$	6	6
$(20;50]$	14	20
$(50;90]$	17	37
$(90;100]$	3	40

..... 1p

Jumătate fiind 20, aplicăm celor două linii din mijloc: $\frac{90-m}{90-20} = \frac{37-20}{37-6} \Leftrightarrow m = 51,61$ 1p

c) Sunt 10 premii, punctajele: 95,94,92,87,83,83,82,81,77,76; cel mai mic: 76 2p

Media: 85 1p

2. Doi angajați au același salariu. Pe parcursul a trei ani, primului angajat i se reduce salariul cu 25 %, după care i se mărește cu 25 %. Al doilea angajat suferă o diminuare a salariului cu 25 %, după care obține o majorare a salariului cu 10 %, apoi o altă majorare cu 15 %. Care dintre cei doi angajați va avea la final un salariu mai mare?

Soluție:

Primul: $\frac{125}{100} \cdot \frac{75}{100} \cdot S = 93,75\%$ din venitul inițial 3p

Al doilea: $\frac{115}{100} \cdot \frac{110}{100} \cdot \frac{75}{100} \cdot S = 94,875\%$ din venitul inițial 3p

Al doilea are la final venit mai mare 1p

3. Se consideră graful orientat $G = \{X, U\}$.

a) Dacă $|X| = 5$ și $U = \{(1,2), (4,1), (2,3), (2,5)\}$, determinați numărul minim de arce care trebuiesc adăugate pentru ca orice vârf să aibă gradul interior egal cu gradul exterior.

CONCURSUL NAȚIONAL DE MATEMATICĂ APLICATĂ
"ADOLF HAIMOVICI"
ETAPA JUDEȚEANĂ - 10 martie 2012
Filiera teoretică, profil umanist

- b) Dacă $|X| = 9$ și $U = \{(2,1), (1,6), (2,5), (2,3), (3,4), (4,6), (5,7), (4,8), (8,9)\}$, determinați vârfurile legate de nodul 2 prin drumuri de lungime minimă egală cu a drumului minim dintre 2 și 6.
- c) Dacă $|X| = 10$, șirul gradelor vârfurilor sale poate fi 1, 1, 1, 3, 3, 3, 4, 6, 7, 9?

Soluție:

- a) 1p
 $g_i(1) = g_e(1) = 1, g_i(2) = 1, g_e(2) = 2, g_i(3) = 1, g_e(3) = 0, g_i(4) = 0, g_e(4) = 1, g_i(5) = 1, g_e(5) = 0$
 Adăugăm arcele (3,4) și (5,2) 1p
 b) Drumul minim între 2 și 6: (2,1), (1,6), deci are lungimea 2 1p
 Drumuri de lungime 2 care pleacă din 2: (2,5), (5,7); (2,3), (3,4) și (2,1), (1,6) 2p
 c) Vârful de grad 9, adiacent cu toate celelalte, deci și cu cele de grad 1 1p
 Vârful de grad 7, adiacent doar cu $9-3=6$ vârfuri, contradicție! Nu e posibil 1p

4. Păcală și Tândală au primit salariul lunar în bancnote de 13 lei. Într-un magazin Păcală a cumpărat 9 pachete de biscuiți, 10 cârnăciori și 7 ciocolate, iar Tândală a cumpărat 5 pachete de biscuiți, 7 cârnăciori și o ciocolată. Prețurile unui pachet de biscuiți, al unui cârnăcior și a unei ciocolate sunt numere întregi în lei. Păcală a plătit pentru toate cumpărăturile făcute de el un număr întreg de bancnote, fără sa primească rest.
- Să se demonstreze că și Tândală poate achita cumpărăturile făcute la fel.

Soluție:

- Fie x, y, z respectiv prețul în lei al unui pachet de biscuiți, al unui cârnăcior și al unei ciocolate 1p
 Păcală a achitat suma de $9x + 10y + 7z = 13k, k \in \mathbb{N}^*$, 1p
 La rândul său, Tândală trebuie să achite suma de $(5x + 7y + z)$ lei 1p
 Avem: $5x + 7y + z = 2 \cdot (9x + 10y + 7z) - 13 \cdot (x + y + z)$ 2p
 $5x + 7y + z = 2 \cdot 13k - 13 \cdot (x + y + z) = 13 \cdot (2k - x - y - z)$ 1p
 Tândală achită cumpărăturile cu $(2k - x - y - z)$ bancnote a câte 13 lei 1p

CONCURSUL NAȚIONAL DE MATEMATICĂ APLICATĂ
"ADOLF HAIMOVICI"
ETAPA JUDEȚEANĂ - 10 martie 2012
Filiera teoretică, profil umanist

BAREM DE CORECTARE CLASA A XII-A

1. Într-o clasă sunt 22 de elevi, dintre care 12 sunt fete. Să se determine în câte moduri se poate alege un comitet al clasei format din 3 fete și 2 băieți.

Soluție:

Numărul băieților este $22 - 12 = 10$ 1p
 Fetele pot fi alese în $C_{12}^3 = 220$ moduri 2p
 Băieții pot fi aleși în $C_{10}^2 = 45$ moduri 2p
 Comitetul format din 3 fete și 2 băieți dintre cei 22 de elevi ai clasei poate fi format în $C_{12}^3 \cdot C_{10}^2 = 9900$ moduri 2p

2. Se consideră matricele: $I_3 = \begin{pmatrix} 1 & 0 & 0 \\ 0 & 1 & 0 \\ 0 & 0 & 1 \end{pmatrix}$; $A = \begin{pmatrix} 1 & 3 & 2 \\ 3 & 9 & 6 \\ 2 & 6 & 4 \end{pmatrix}$; $X = \begin{pmatrix} 1 \\ 3 \\ 2 \end{pmatrix}$; $Y = \begin{pmatrix} 1 & 3 & 2 \end{pmatrix}$;

$$B = I_3 + A \text{ și } C = I_3 + aA, \quad a \in \mathbb{R}.$$

- a. Să se calculeze $S = A - XY$
 b. Să se determine $a \in \mathbb{R}$ astfel încât $BC = I_3$
 c. Să se demonstreze că $A^4 = 14^3 \cdot A$ și apoi faptul că $A^{n+1} = 14^n \cdot A, \forall n \in \mathbb{N}^*$

Soluție:

a) $X \cdot Y = \begin{pmatrix} 1 \\ 3 \\ 2 \end{pmatrix} \cdot \begin{pmatrix} 1 & 3 & 2 \end{pmatrix} = \begin{pmatrix} 1 & 3 & 2 \\ 3 & 9 & 6 \\ 2 & 6 & 4 \end{pmatrix} = A$ 1p

$S = A - A = O_2$ 1p

b) $B \cdot C = (I_3 + A)(I_3 + a \cdot A) = I_3 + a \cdot A + A + a \cdot A^2 = I_3 + (a+1)A + a \cdot A^2$ 1p

$$A^2 = \begin{pmatrix} 14 & 3 \cdot 14 & 2 \cdot 14 \\ 3 \cdot 14 & 9 \cdot 14 & 6 \cdot 14 \\ 2 \cdot 14 & 6 \cdot 14 & 4 \cdot 14 \end{pmatrix} \Rightarrow A^2 = 14 \cdot A$$

$B \cdot C = I_3 + (a+1) \cdot A + 14 \cdot a \cdot A = I_3 + (15a+1) \cdot A$ 1p

$B \cdot C = I_3 \Rightarrow (15a+1) \cdot A = O_2 \Rightarrow 15a+1=0 \Rightarrow 15a=-1 \Rightarrow a=-\frac{1}{15}$ 1p

c) $A^2 = 14 \cdot A, A^3 = 14 \cdot A^2 = 14 \cdot 14 \cdot A = 14^2 \cdot A, A^4 = A^3 \cdot A = 14^2 \cdot A \cdot A = 14^2 \cdot A^2 = 14^3 \cdot A$ 1p

Presupunem că $A^n = 14^{n-1} \cdot A, \forall n \in \mathbb{N}^*$ și demonstrăm că $A^{n+1} = 14^n \cdot A$, (sau variante)

$A^{n+1} = A^n \cdot A = 14^{n-1} \cdot A \cdot A = 14^n \cdot A$ 1p

CONCURSUL NAȚIONAL DE MATEMATICĂ APLICATĂ
"ADOLF HAIMOVICI"
ETAPA JUDEȚEANĂ - 10 martie 2012
Filiera teoretică, profil umanist

3. Doi elevi E_1 și E_2 joacă următorul joc:

Înlocuiesc, succesiv elementele unei matrice pătrate de ordinul al doilea cu numere întregi, punând pe fiecare linie câte un număr.

Jocul este început de elevul E_1 .

Câștigă jocul elevul care în urma completării tuturor elementelor matricei, face ca modulul determinantului matricei să fie un număr par.

Să se demonstreze că elevul E_2 poate aplica acea strategie care îl duce la câștig, indiferent de numerele completate de elevul E_1 .

Soluție:

Dacă matricea este $A = \begin{pmatrix} a_1 & a_2 \\ a_3 & a_4 \end{pmatrix} \Rightarrow \det A = \begin{vmatrix} a_1 & a_2 \\ a_3 & a_4 \end{vmatrix} = a_1 a_4 - a_2 a_3 \dots\dots\dots 1p$

1. Dacă E_1 pune $a_1 = \text{impar}$ ($a_1 = 2k + 1, k \in \mathbb{Z}$), E_2 va pune $a_2 = \text{par}$, ($a_2 = 2m, m \in \mathbb{Z}$) 1p

Indiferent ce va pune E_1 în locul lui a_3 (par sau impar) E_2 va pune $a_4 = \text{par}$ ($a_4 = 2l, l \in \mathbb{Z}$) 1p

În acest caz avem $\det A = \begin{vmatrix} 2k+1 & 2m \\ a_3 & 2l \end{vmatrix} = 2 \begin{vmatrix} 2k+1 & m \\ a_3 & l \end{vmatrix} = \text{par}$, deci E_2 câștigă 2p

2. Dacă E_1 pune $a_1 = \text{par}$ ($a_1 = 2k, k \in \mathbb{Z}$), E_2 va pune $a_2 = \text{par}$ ($a_2 = 2m, m \in \mathbb{Z}$) 1p

În acest caz avem $\det A = \begin{vmatrix} 2k & 2m \\ a_3 & a_4 \end{vmatrix} = 2 \begin{vmatrix} k & m \\ a_3 & a_4 \end{vmatrix} = \text{par}$, deci E_2 câștigă 1p

4. Într-un plan, raportat la reperul ortogonal de axe de coordonate (xOy) se dau punctele: A(0;6); B(a;4); C(-1;4).

a. Să se determine $a \in \mathbb{R}$ astfel încât punctele A, B și C să fie coliniare.

b. Pentru $a = 5$ să se determine aria triunghiului ABC.

c. Pentru $a = 5$ să se scrie ecuația medianei corespunzătoare laturii BC.

Soluție:

a) Punctele A, B, C sunt coliniare dacă:

$\begin{vmatrix} 0 & 6 & 1 \\ a & 4 & 1 \\ -1 & 4 & 1 \end{vmatrix} = 0 \Rightarrow -6 + 4a + 4 - 6a = 0 \Rightarrow -2a - 2 = 0 \Rightarrow a = -1 \dots\dots\dots 2p$

b) $\mathcal{A}_{\triangle ABC} = \frac{1}{2} \left| \begin{vmatrix} 0 & 6 & 1 \\ 5 & 4 & 1 \\ -1 & 4 & 1 \end{vmatrix} \right| = \frac{1}{2} |-6 + 20 + 4 - 30| = \frac{1}{2} \cdot 12 = 6 \text{ u.p.} \dots\dots\dots 2p$

c) Determină coordonatele mijlocului lui [BC] notat cu M:

$x_M = \frac{5-1}{2} = 2, y_M = \frac{4+4}{2} = 4 \Leftrightarrow M(2,4) \dots\dots\dots 1p$

Ecuația dreptei (AM): $\begin{vmatrix} x & y & 1 \\ 0 & 6 & 1 \\ 2 & 4 & 1 \end{vmatrix} = 0 \Rightarrow \text{AM: } x + y - 6 = 0 \dots\dots\dots 2p$